

Köklü Çokluklar

Yrd. Doç. Dr. Aslı AYKAÇ

Tıp Fakültesi

Biyofizik AD

Tanım

$x^n = a$ ise x sayısına, a sayısının n . kuvvetten kökü ve x sayısını bulmak için yapılan işleme *kök alma işlemi* denir.

$${}^n\sqrt{a} = x$$

$$x^n = a \Leftrightarrow x {}^n\sqrt{a}$$

$\sqrt[3]{a}$ “küp kök a”

Örnekler

$$3^4 = 81 \Leftrightarrow 3 = \sqrt[4]{81}$$

$$\sqrt{5} = 5$$

$$\sqrt[5]{3^2} = 3^{\frac{2}{5}}$$

$$\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$$

$$\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{7} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[5]{32} = ?$$

$$= \sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{7} + \sqrt[3]{3^3} - \sqrt[5]{2^5}$$

$$= 2 + 7 + 3 - 2$$

$$= 10$$

$$\sqrt[15]{2^{10}} = ?$$

$$\sqrt[15]{2^{10}} = 2^{\frac{10}{15}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

Çarpma-1

a) Kök dereceleri eşit ise aynı kök içinde çarpma işlemi yapılır.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{2 \cdot 8} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\sqrt[5]{2^{10} \cdot 3^5 \cdot 7^2} = ?$$

$$= \sqrt[5]{2^{10}} \cdot \sqrt[5]{3^5} \cdot \sqrt[5]{7^2}$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[5]{7^2}$$

$$= 12 \sqrt[5]{7^2}$$

$$= 12 \sqrt[5]{49}$$

Çarpma-2

a) Kök dereceleri eşit değilse kök dereceleri eşitlenir. Bunun için kök derecesi kaç ile genişletilirse kök içindeki sayının üssü de o sayı ile genişletilir.

$$\begin{aligned}\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} &= \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^2} \\ &= \sqrt[6]{2^5} = 2^{\frac{5}{6}}\end{aligned}$$

$$5\sqrt{2} = ?$$

$$\sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{50}$$

$$\sqrt{75} = ?$$

$$\sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$$

Toplama Çıkarma

köklü çoklukların kök dereceleri birbirine eşit ise aynı zamanda kök içindeki sayılar da birbirine eşit ise toplanabilirler ya da çıkarılabilirler.

$$\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27} = ?$$

$$= \sqrt{25 \cdot 3} - 2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3}$$

$$= 5\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

$$= (5 - 4 + 3) \cdot \sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}$$

Örnekler

$$5\sqrt{18} - 3\sqrt{50}$$

$$2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} = ?$$

$$2\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{64} + 5\sqrt[3]{54}$$

$$5\sqrt{18} - 3\sqrt{50} = ?$$

$$= 5 \cdot \sqrt{9 \cdot 2} - 3 \cdot \sqrt{25 \cdot 2}$$

$$= 5 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 2} - 3 \cdot \sqrt{5^2 \cdot 2}$$

$$= 5 \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2}$$

$$= 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 5 \sqrt{2}$$

$$= 15\sqrt{2} - 15\sqrt{2}$$

$$= (15 - 15) \cdot \sqrt{2}$$

$$= 0$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} = ? \\ & = \sqrt{2^3} + 5\sqrt{36 \cdot 2} - 7\sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{25 \cdot 2} \\ & = \sqrt{2^3} + 5\sqrt{6^2 \cdot 2} - 7\sqrt{3^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} \\ & = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^1} + 5 \cdot \sqrt{6^2} \cdot \sqrt{2^1} - 7 \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2^1} - \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2^1} \\ & = 2\sqrt{2} + 5 \cdot 6\sqrt{2} - 7 \cdot 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ & = 2\sqrt{2} + 30\sqrt{2} - 21\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ & = (2 + 30 - 21 - 5) \cdot \sqrt{2} \\ & = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[1]{2} = \sqrt{2} \quad \text{Olduđuna gore}$$

$$= \sqrt{2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} + 5 \cdot \sqrt{6^{\frac{2}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} - 7 \cdot \sqrt{3^{\frac{2}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{5^{\frac{2}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}$$

$$2\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{64} + 5\sqrt[3]{54}$$

$$= 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 5 \cdot \sqrt[3]{2^6} + 5 \cdot \sqrt[3]{27 \cdot 2}$$

$$= 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 5 \cdot \sqrt[3]{2^6} + 5 \sqrt[3]{3^3 \cdot 2}$$

$$= 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 5 \cdot \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^3} + 5 \sqrt[3]{3^3 \cdot 2}$$

$$= 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 5 \cdot \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^3} + 5 \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$= 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 5 \cdot 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$= 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 20 + 5 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$= (2 + 15) \cdot \sqrt[3]{2} - 20$$

$$= 17 \sqrt[3]{2} - 20$$