

Oran ve Orantı

Yrd. Doç. Dr. Aslı AYKAÇ

Tıp Fakültesi

Biyofizik AD

Oran

Tanım: Aynı cinsten iki çokluğun karşılaştırılmasına oran denir.

$$\frac{2500 \text{ lira}}{3500 \text{ lira}} = \frac{5}{7}$$

Orantı

Tanım: iki (veya daha fazla) oran birbirine eşit ise bu eşitliğe orantı denir.

$$\frac{a}{b} = k \quad (\text{bir oran})$$

$$\frac{c}{d} = k \quad (\text{bir oran})$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad \text{Orantılıdır.}$$

Bu orantıda
a ile d dışlar
b ile c içler' dir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

şeklindeki üçlü bir orantı

$$\mathbf{a:c:e = b:d:e = k}$$

şeklinde yazılabilir.

Orantının özellikleri-1

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow b \cdot c = a \cdot d$$

- içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

- dışlar yer değiştirebilir.

Orantının özellikleri-2

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

- İçler yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

- Orantı ters çevrilebilir.

Orantının özellikleri-3

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d} = k$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Leftrightarrow \frac{a-c}{b-d} = k$$

Orantının özellikleri-4

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Leftrightarrow \frac{n \times a}{n \times b} = \frac{m \times c}{m \times d} = k$$

Pay ve paydalar sıfırdan farklı sayılar ile çarpılıp bölüne bilir.

Örnekler

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow 5a = 7b$$

$$4a = 3b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{4}$$

$$\frac{3}{a} = \frac{7}{b} \Leftrightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{7}$$

$\frac{a+b}{a} = 6$ ise $\frac{a+b}{a}$ değeri nedir ?

$$\frac{a+b}{a} = 6 \rightarrow a+b = 6.a$$

$$b = 6.a - a$$

$$b = 5a$$

$$\frac{a+b}{a} = 6 \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{a+5a}{a} = \frac{6a}{a} = 6$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 5$ ise $\frac{2a + 5b}{b} \cdot \frac{c + 3d}{c}$ işleminin sonucu kaçtır ?

$$\frac{2a + 5b}{b} = 2\frac{a}{b} + \frac{5b}{b} \quad \text{ve} \quad \frac{c + 3d}{c} = \frac{c}{c} + \frac{3d}{c}$$

$$\begin{aligned} \frac{2a + 5b}{b} \cdot \frac{c + 3d}{c} &= \left(2\frac{a}{b} + \frac{5b}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{c} + \frac{3d}{c}\right) \\ &= \left(2\frac{a}{b} + 5\right) \cdot \left(1 + \frac{3d}{c}\right) \end{aligned}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 5$ demek $\frac{a}{b} = 5$ ve $\frac{c}{d} = 5$ (ya da $\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{1}{5}$) demek olduğundan

$$\frac{2a + 5b}{b} \cdot \frac{c + 3d}{c} = \left(2\frac{a}{b} + 5\right) \cdot \left(1 + \frac{3d}{c}\right)$$

$$\frac{2a + 5b}{b} \cdot \frac{c + 3d}{c} = (2 \cdot 5 + 5) \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{2a + 5b}{b} \cdot \frac{c + 3d}{c} = 15 \cdot \left(1 + \frac{3}{5}\right) = 15 \cdot \left(\frac{5}{5} + \frac{3}{5}\right) = 15 \cdot \frac{8}{5} = \frac{15 \cdot 8}{5} = 24$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \text{ ve } a + b + 3c = 34 \text{ olduğuna göre } a.b.c = ?$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \text{ ise } \frac{a}{2} = k, \frac{b}{3} = k \text{ ve } \frac{c}{4} = k \text{ demektir.}$$

$$\frac{a}{2} = k, \frac{b}{3} = k, \frac{c}{4} = k \text{ yani } a = 2k, b = 3k \text{ ve } c = 4k$$

$$a + b + 3c = 34 \text{ ifadesi } (2k + 3k + 3.4k) = 34$$

$$(2k + 3k + 12k) = 34$$

$$17k = 34 \quad k = \frac{34}{17} = 2$$

$$a.b.c = 2k.3k.4k = (2.2).(3.2).(4.2) = 4.6.8 = 192$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \quad , \quad \frac{b}{c} = \frac{2}{5} \quad \text{ve} \quad a + b + c = 650 \quad \text{olduğuna gore} \quad a \quad \text{kaçtır} \quad ?$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} \quad , \quad \frac{b}{c} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{6} \quad \text{ve} \quad \frac{b}{c} = \frac{6}{15} \quad \text{yani} \quad a = 4k, \quad b = 6k \quad \text{ve} \quad c = 15k \quad \text{'dır.}$$

$$a + b + c = 690 \quad \text{ifadesi} \quad 4k + 6k + 15k = 690 \quad \text{halini alır.}$$

$$25k = 650$$

$$k = 26$$

$$a = 4k \quad \text{olduğuna gore} \quad a = 4k = 4 \cdot 26 = 104$$

Doğru Orantı

Tanım: Orantılı çokluklardan biri artarken diğeri de artarsa ya da biri azalırken diğeri de azalırsa doğru orantılıdır.

- ❖ Doğru orantılı çoklukların orantıları sabittir.
Eğer x ile y doğru orantılı iseler
 $y/x = k$ veya $y = k \cdot x$ olarak yazılır.

Örnekler

1 kalem 10 lira ise 10 kalem kaç liradır?

+
artmış

1 kalem
10 kalem

10 lira
x=?

+
artacak

$$x = \frac{10 \cdot 10}{1} = 100 \text{ lira}$$

2 kilo elma 5 lira ise 8 kilo elma kaç liradır?

+
artmış



2 kg elma
8 kg elma

5 lira
x=?



+
artacak

$$x = \frac{8.5}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ lira}$$

2 kilo elma 5 lira ise 8 kilo elma kaç liradır?

+
artmış



2 kg elma
8 kg elma

5 lira
x=?



+
artacak

$$x = \frac{8.5}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ lira}$$

15 liraya 3 litre süt alan bir kişi 25 liraya kaç litre süt alabilir?



$$x = \frac{25 \cdot 3}{15} = \frac{75}{15} = 5 \text{ litre}$$

40.000 lirayı 3, 7 ve 10 yaşlarındaki üç çocuğa yaşları ile doğru orantılı olarak paylaşırsak büyük çocuk kaç lira alır ?

Her bir çocuğun alacağı miktar a, b, c olsun

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = k \rightarrow a = 3k \quad b = 7k \quad \text{ve} \quad c = 10k \quad \text{olur.}$$

$$a + b + c = 3k + 7k + 10k$$

$$a + b + c = 20k$$

$$40.000 = 20k$$

$$2.000 = k \quad \text{büyük çocuk} \quad 10k = 10 \times 2.000 = 20.000$$

Ters orantı

Tanım: Orantılı çokluklardan biri artarken diğeri azalır ya da biri azalırken diğeri artarsa ters orantılıdır.

- ❖ Ters orantılı çoklukların çarpımları sabittir.
Eğer x ile y ters orantılı iseler
 $y=k.x$ veya $y= k/x$ olarak yazılır.

**1 kişi bir duvar boyama işini 9 günde bitiriyor
ise aynı işi 3 kişi kaç günde bitirir?**



$$x = \frac{1 \cdot 9}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ günde bitirirler.}$$

2 musluk bir havuzu 12 saatte dolduruyorsa 3 musluk aynı havuzu kaç saatte doldurur ?



$$x = \frac{2 \cdot 12}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ saatte doldurur.}$$

26.000 lirayı üç kişi arasında 2, 3, 4 sayıları ile ters orantılı bölersek en çok alanın kaç lirası olur ?

Üç kişinin aldığı para miktarı a, b, c ile orantılı olsun

$$2a = 3b = 4c = k \rightarrow a = \frac{k}{2}, b = \frac{k}{3}, c = \frac{k}{4}$$

$$a + b + c = 26.000 \rightarrow \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} = 26.000$$

$$\frac{6k}{12} + \frac{4k}{12} + \frac{3k}{12} = 26.000$$

$$\frac{6k + 4k + 3k}{12} = 26.000$$

$$\frac{13k}{12} = 26.000 \rightarrow k = 24.000$$

$$a = \frac{k}{2} = \frac{24.000}{2} = 12.000 \text{ lira alır.}$$