

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Bir onkoloji kliniğinde göğüs kanseri tanısı almış kadınlar arasından histolojik evrelerine göre 17'şer kadın seçilerek sağkalım süreleri (ay) alınmıştır.

HİSTLOJİK EVRE		
I	II	III
16,59	12,87	1,33
18,68	15,84	4,33
20,33	17,09	5,87
20,33	17,49	10,59
30,57	21,38	12,68
32,96	23,74	13,84
51,55	23,74	15,96
52,86	24,7	15,96
57,55	27,16	17,09
58,79	30,57	17,49
60	30,96	18,2
61,61	49,8	20,2
62,87	50,69	24,38
65,73	53,7	28,19
70,64	55,6	36,19
72,45	62,1	44,7
74,26	68,61	57,16

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Evrelere göre sağkalım süreleri ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

H. Evre	N	A.Ortalama	S. Sapma
H1	17	48.69	20.62
H2	17	34.47	18.07
H3	17	20.24	14.50

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

- ▶ Grupların ortalamalarının farklı olmadığını hangi yöntemle inceleyebiliriz ?
- ▶ Grupların ortalamalarını ikişer ikişer karşılaştırabiliriz?
- ▶ Karşılaştıramayız.
- ▶ Neden?
- ▶ I. Tür hatayı (α) büyütürüz.
- ▶ Nasıl?

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

► Üç grup olduğuna göre ikişerli üç karşılaştırma yapmak gerekir.

H1 - H2

H1 - H3

H2 - H3

► Her karşılaştırmada $1-\alpha$ kadar güven öngörüldüğünden toplam I. Tür hata

$$\alpha_T = 1 - (1 - \alpha)^3$$

$$\alpha=0.05 \text{ için } \alpha_T = 1 - (1 - 0.05)^3 = 0.143$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

k grubun ortalamaları karşılaştırılırken *gruplar arası değişkenliğin grup içi değişkenlikten* yeteri kadar büyük olup olmadığı incelenir.

Bu işlem *Tek Yönlü Varyans Çözümlemesi* adı verilen *parametrik* bir yöntemle yapılır.

Çözümleme sonunda H_0 hipotezinin reddedilmesi tüm grupların birbirinden farklı olduğunu göstermez. Farklılığın hangi gruplardan kaynaklandığı *çoklu karşılaştırmalar* yardımı ile bulunur.

Tek Yönlü Varyans Çözümlemesi

Varsayımlar

1. Her gruptaki denekler (ölçümler) bağımsız olmalıdır.
2. Veri sürekli sayısal olmalıdır.
3. Her gruptaki ölçümler normal dağılmalıdır.
4. Grupların varyansları (yaygınlıkları) homojen olmalıdır.

Örneğimiz için koşulları gözden geçirelim

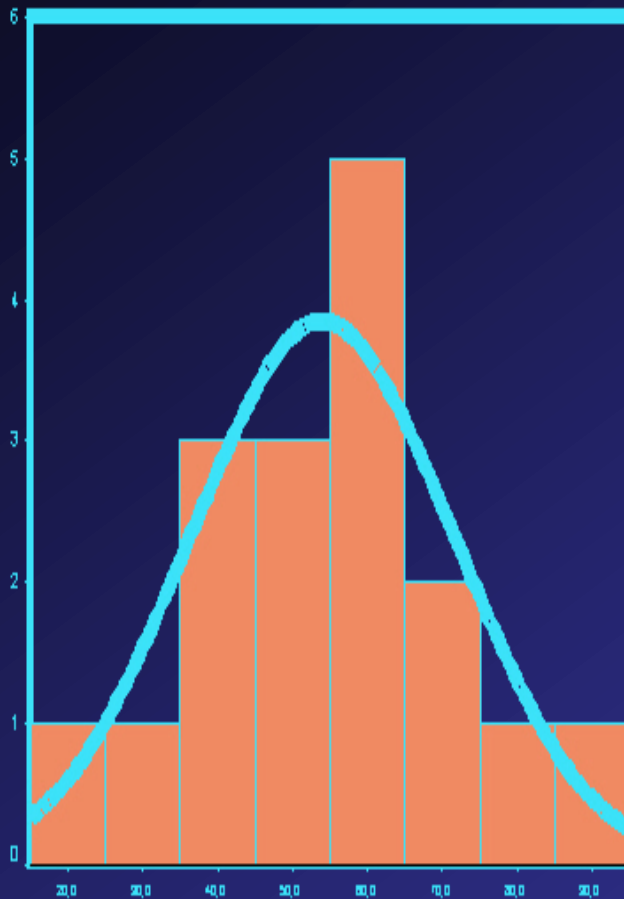
- 1 Gruplardaki hastalar farklı olduğundan *ölçümler bağımsızdır.*
- 2 Değişken sağkalım süresi olduğundan *ölçümler sürekli sayısalıdır.*

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

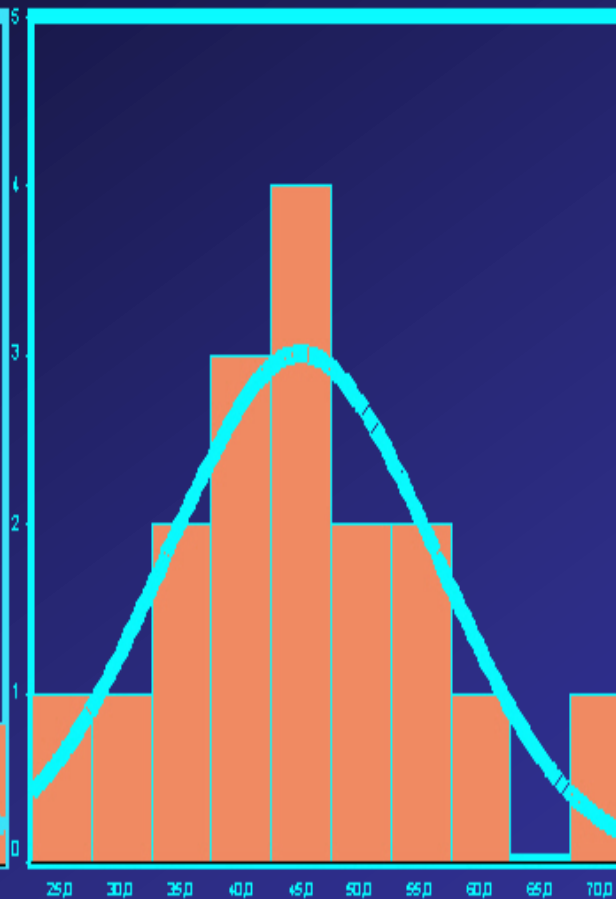
3

1. Her gruptaki ölçümler normal dağılmalıdır.

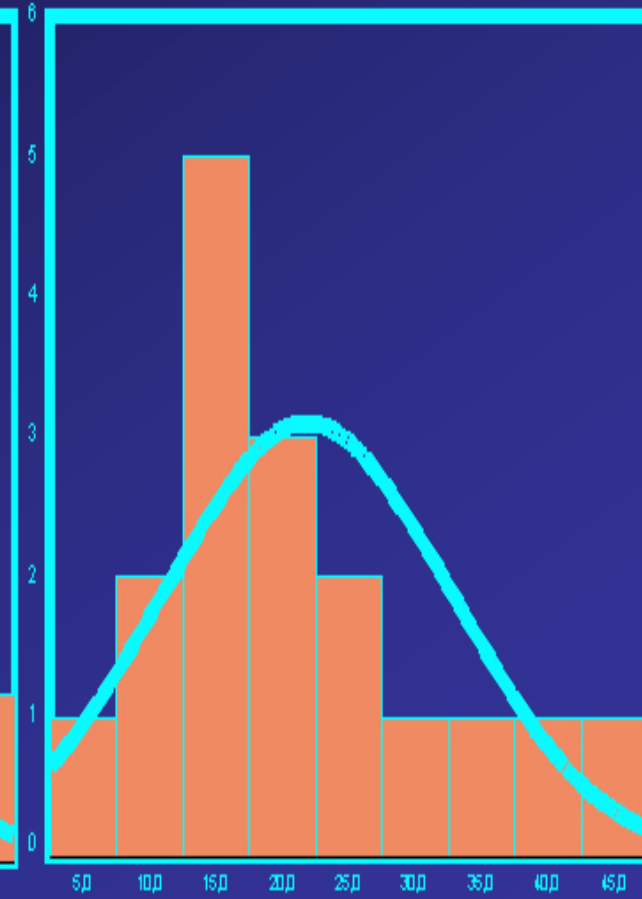
H: 1,00



H: 2,00



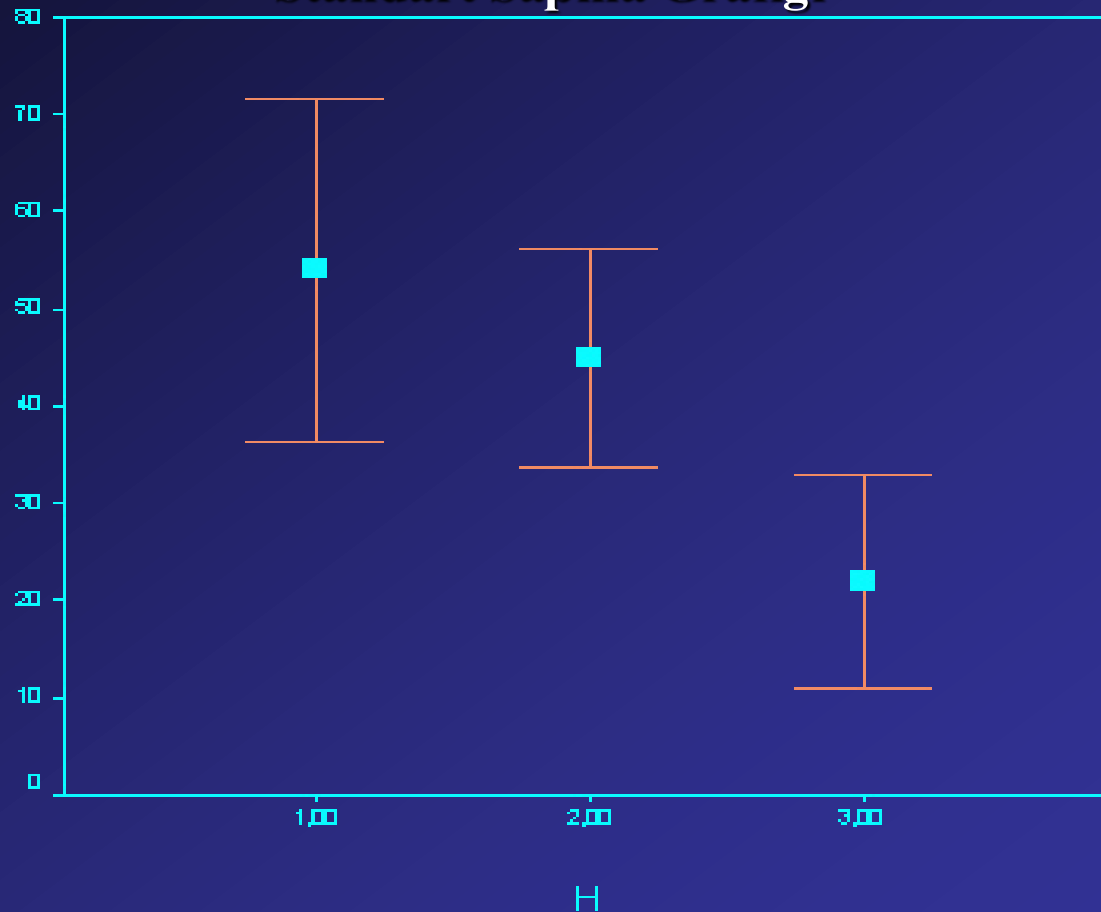
H: 3,00



3

2.Gruplardaki varyanslar homojen olmalıdır.

Standart Sapma Grafiği



İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Varyansların homojenlik Testi



“Levene” Testi

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k N_i (\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_{i.})^2}$$

$$Z_{ij} = |Y_{ij} - \bar{Y}_i|$$

W, (k-1) ve (N-k) serbestlik derecesi ile F Dağılımı gösterir.

Örneğimiz için

W=3.113 bulunmuştur.

Varyansların homojenliği için W, α yanılğı düzeyinde (k-1) ve (n-k) serbestlik derecesindeki F tablo değeri ile karşılaştırılır.

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

EK TABLO 3. F DAĞILIMI TABLOSU ($\alpha=0.05$)

Sd	1	2	3	4	5	6	8	12	24	60	∞
1	161	199	216	225	230	234	239	244	249	252	254
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.45	19.45	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.64	8.57	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.77	5.69	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.53	4.43	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.84	3.74	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.41	3.32	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.12	3.00	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.90	2.79	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.73	2.62	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.61	2.49	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.51	2.38	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.77	2.60	2.42	2.30	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.22	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.16	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.58	2.42	2.24	2.11	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.54	2.38	2.19	2.06	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	2.02	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.98	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.95	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.92	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.89	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.37	2.20	2.01	1.86	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.84	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.82	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.58	2.47	2.32	2.15	1.95	1.80	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.31	2.13	1.93	1.79	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.72	2.56	2.45	2.29	2.12	1.91	1.77	1.65
29	4.18	3.33	2.94	2.70	2.55	2.43	2.28	2.10	1.90	1.75	1.64
30	4.17	3.32	2.93	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.74	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.79	1.64	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.53	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.02	1.83	1.61	1.43	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	1.94	1.75	1.52	1.32	1.00

3.23

F(2,48)

3.15

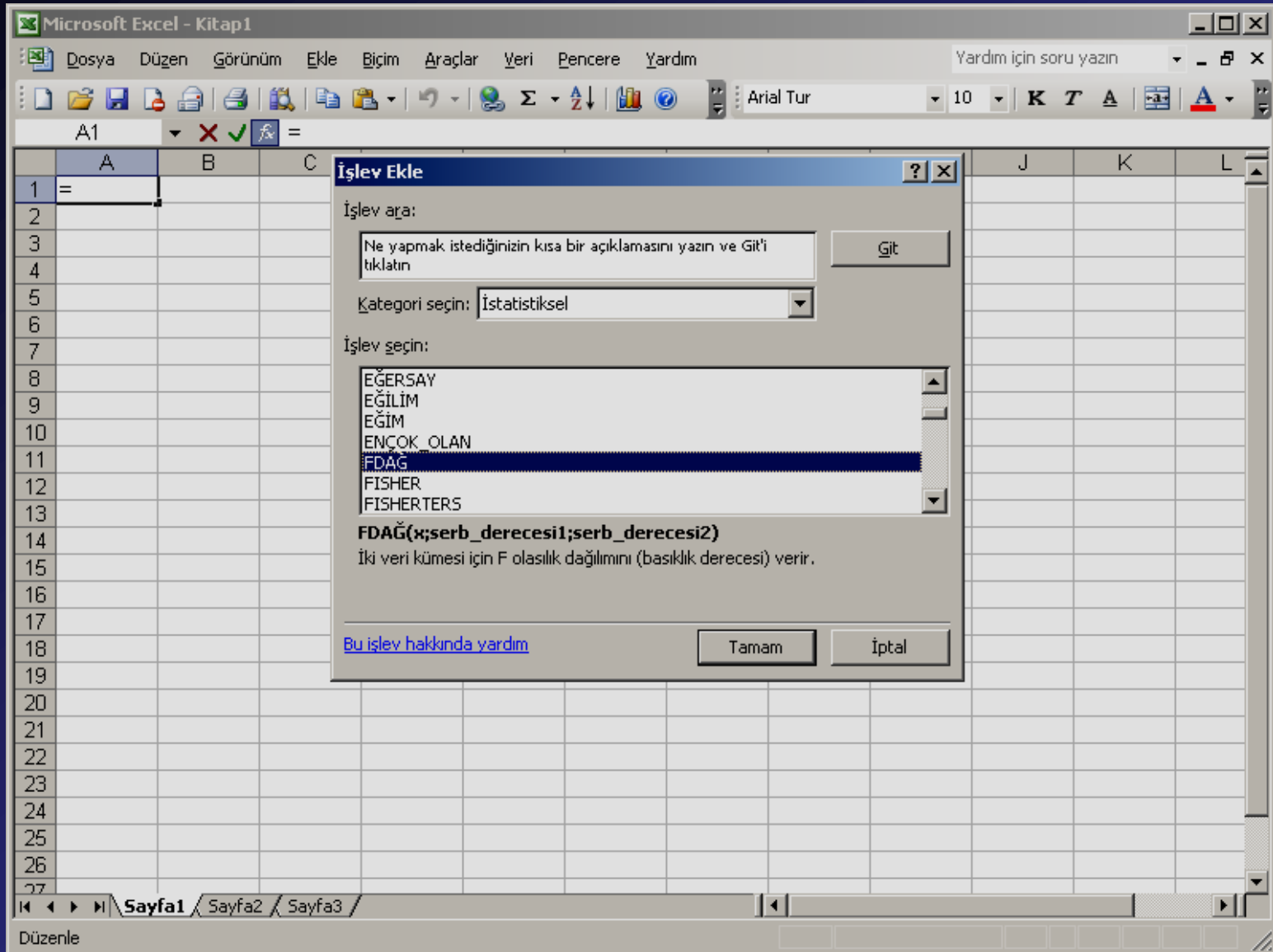
3.113

W

$W < F(2,48)$

Grupların varyansları homojendir

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları



İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Microsoft Excel - Kitap1

Yardım için soru yazın

FDAĞ =FDAĞ(3,113;2;48)

Fonksiyon Bağımsız Değişkenleri

FDAĞ

X 3,113 = 3,113

Serb_derecesi1 2 = 2

Serb_derecesi2 48 = 48

= 0,053555987

İki veri kümesi için F olasılık dağılımını (basıklık derecesi) verir.

Serb_derecesi2 serbestlik derecesi paydası, 1 ile 10^10 (10^10 hariç) bir sayı.

Formül sonucu = 0,053555987

[Fonksiyon yardımı](#)

Tamam İptal

$P > \alpha$ → varyanslar homojen

Sayfa1 Sayfa2 Sayfa3

Düzenle

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Gruplar Arası Farkın Karşılaştırılması

Hipotezler

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1 : \textit{en az bir } \mu_i \neq \mu_j$$

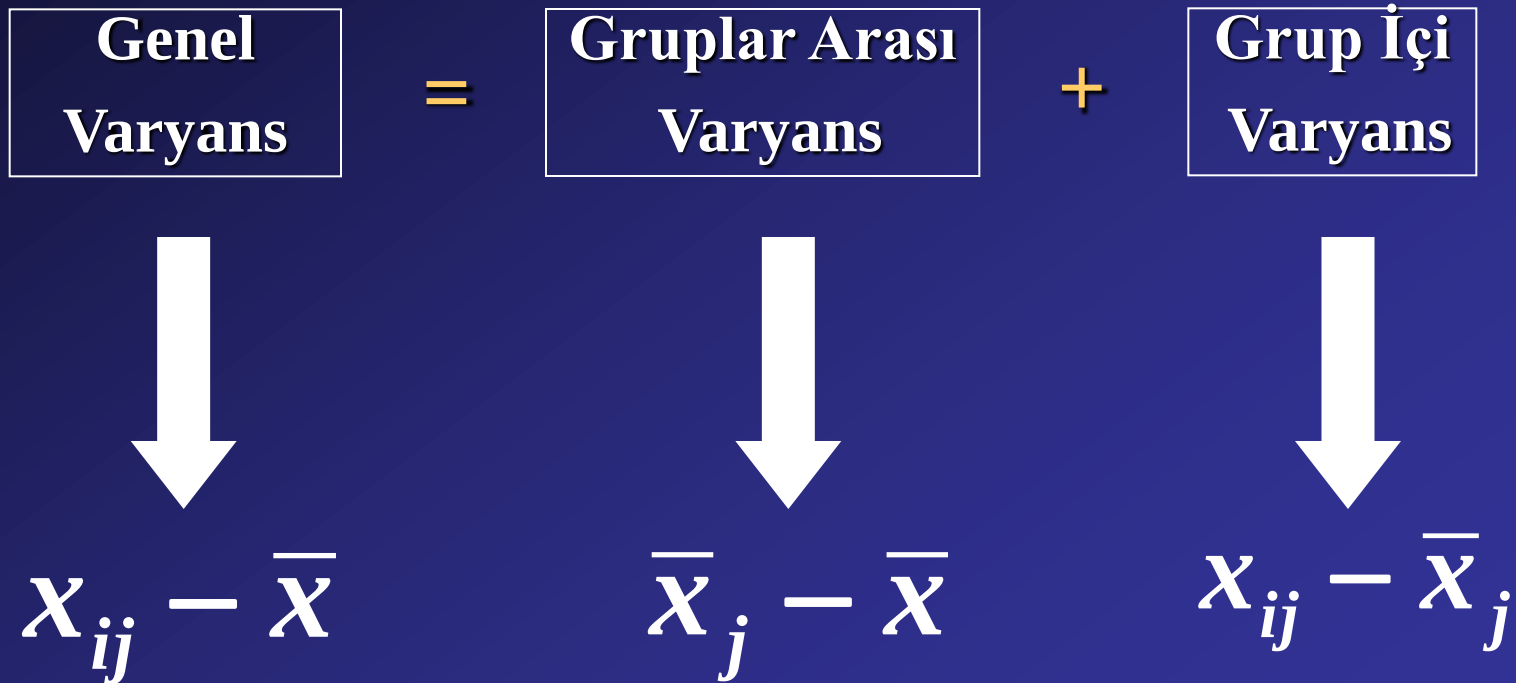
Değerler arası değişkenliğin (Genel Varyansın) iki bileşeni vardır.

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

x_{ij} : j' inci grubun i' inci degeri

$\bar{x}_j$: j' inci grubun ortalaması

$\bar{x}$: genel ortalama



İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Varyans çözümlemesi Tablosu

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F
Genel	N-1	$\sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x})^2$	—	
Gruplar Arası	k-1	$\sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{x})^2$	$\frac{\sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{x})^2}{k-1}$	$\frac{A}{B}$
Grup İçi	N-k	$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$	$\frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{N-k}$	

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Varyans çözümlemesi Tablosu

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F
Genel	50	22274,894	—	
Gruplar Arası	2	6878,784	3439,392	10,723
Grup İçi	48	15396,111	320,752	

Karar 

$F > F_{2,48, \alpha}$ ise gruplar farklı

$P < \alpha$ ise gruplar farklı

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

EK TABLO 3. F DAĞILIMI TABLOSU ($\alpha=0.05$)

Sd	1	2	3	4	5	6	8	12	24	60	∞
1	161	199	216	225	230	234	239	244	249	252	254
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.45	19.45	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.64	8.57	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.77	5.69	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.53	4.43	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.84	3.74	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.41	3.30	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.12	3.00	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.90	2.79	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.74	2.62	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.61	2.49	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.51	2.38	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.77	2.60	2.42	2.30	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.22	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.16	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.24	2.11	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.19	2.06	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	2.02	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.98	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.09	1.95	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.92	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.89	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.37	2.20	2.01	1.86	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.84	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.82	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.80	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.31	2.13	1.93	1.79	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.29	2.12	1.91	1.77	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.28	2.10	1.90	1.75	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.74	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.79	1.64	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.53	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.02	1.83	1.61	1.43	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	1.94	1.75	1.52	1.32	1.00

10.723

F

3.23

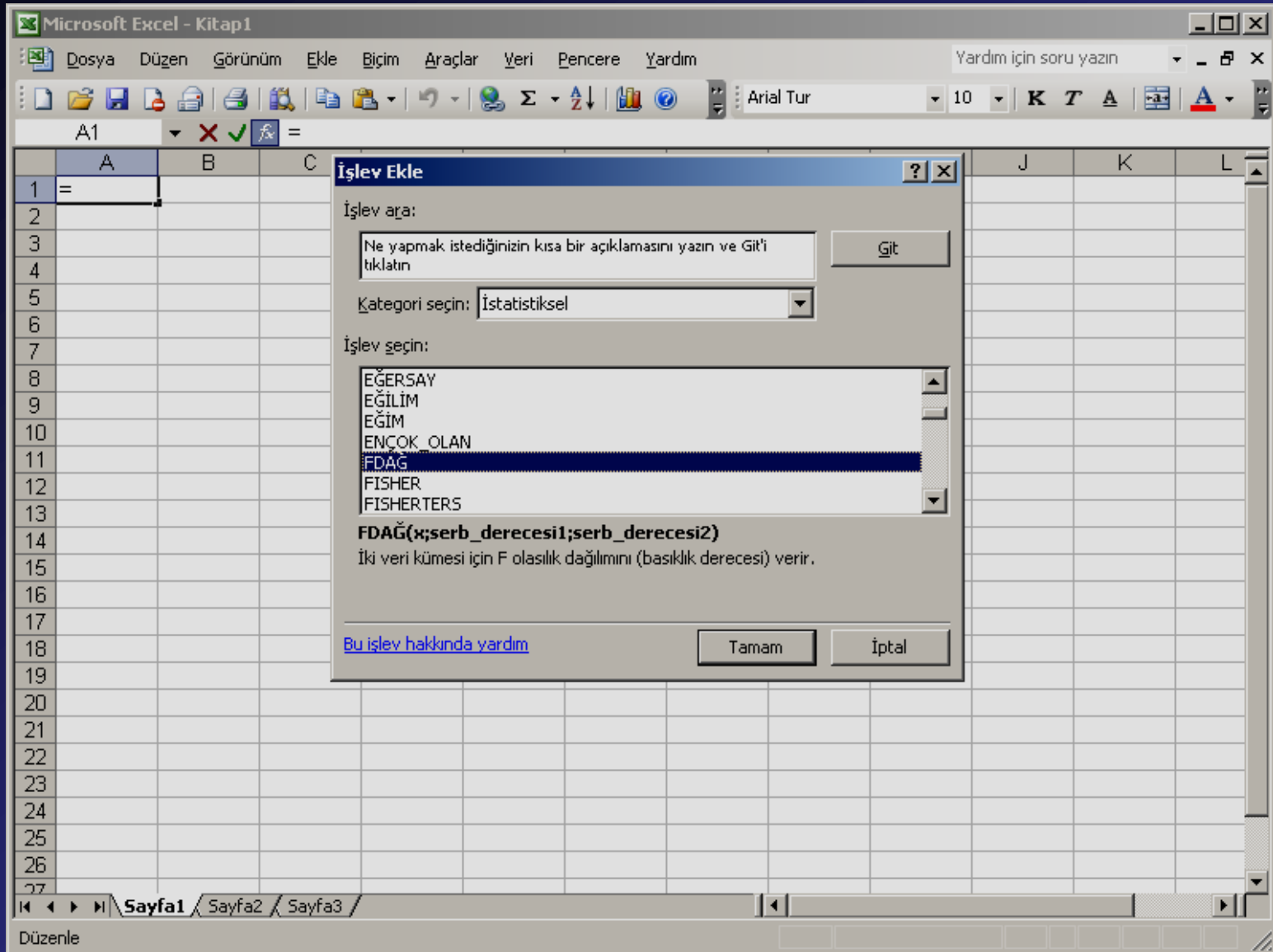
F(2,48)

3.15

$10.723 > F(2,48)$

Gruplar farklıdır.

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları



İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Microsoft Excel - anova

TR Türkçe Drawing Pad

Yardım için soru yazın

FDAĞ =FDAĞ(10,723;2;48)

A B C D E F G H I J K L

1 23;2;48)

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

Sayfa1 Sayfa2 Sayfa3

Düzenle

Başlat

Çık...

Mic...

Mic...

an...

Ou...

Masaüstü

16:36

Fonksiyon Bağımsız Değişkenleri

FDAĞ

x 10,723 = 10,723

Serb_derecesi1 2 = 2

Serb_derecesi2 48 = 48

= 0,000141337

İki veri kümesi için F olasılık dağılımını (basıklık derecesi) verir.

Serb_derecesi2 serbestlik derecesi paydası, 1 ile 10^10 (10^10 hariç) bir sayı.

Formül sonucu = 0,000141337

[Fonksiyon yardımı](#)

Tamam İptal

P

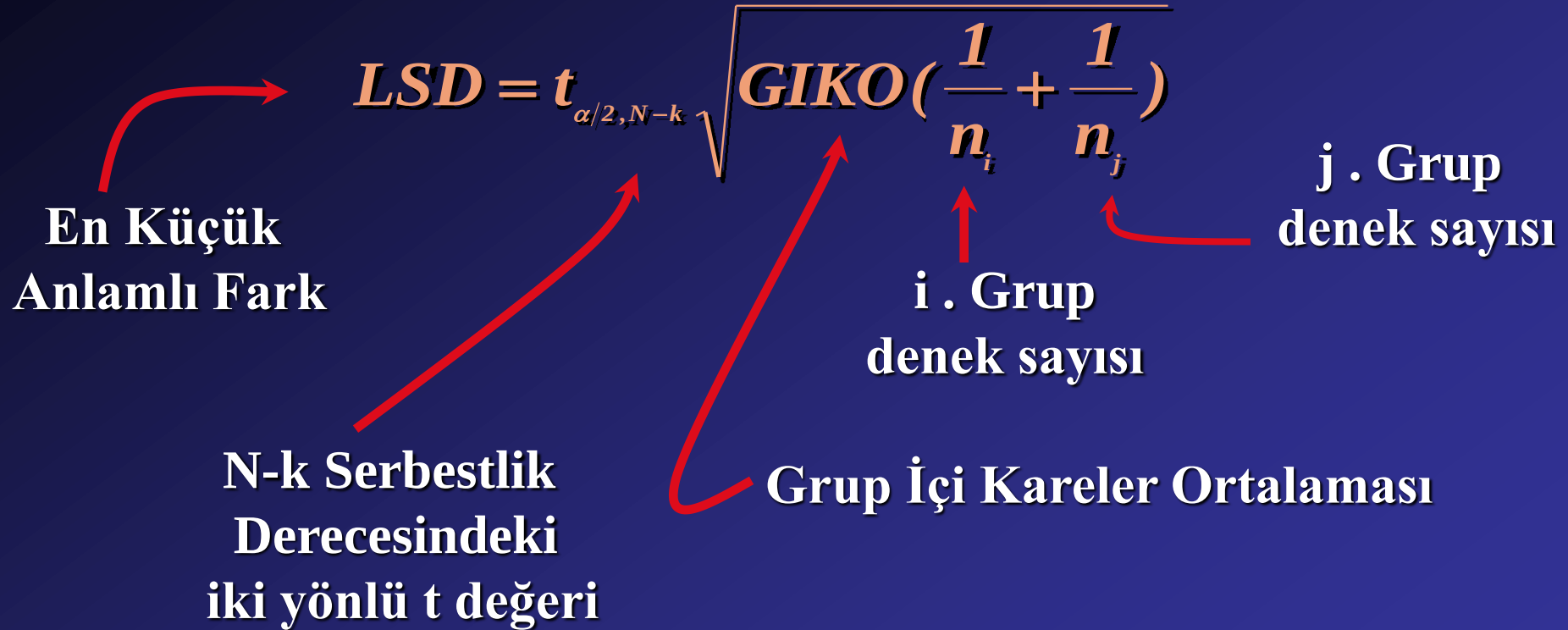
P < α → **Gruplar Farklı**

Çoklu Karşılaştırmalar

- ✓ Fisher's LSD (En küçük Anlamlı Fark)
- ✓ Tukey
- ✓ Bonferroni
- ✓ Sidak
- ✓ Dunnett's C
- ✓ Dunnett's T3

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Fisher LSD (En küçük Anlamlı Fark) Testi



The diagram illustrates the Fisher LSD formula with several annotations:

- En Küçük Anlamlı Fark**: Points to the LSD term in the formula.
- N-k Serbestlik Derecesindeki iki yönlü t değeri**: Points to the $t_{\alpha/2, N-k}$ term in the formula.
- Grup İçi Kareler Ortalaması**: Points to the $GIKO$ term in the formula.
- i . Grup denek sayısı**: Points to the n_i term in the formula.
- j . Grup denek sayısı**: Points to the n_j term in the formula.

$$LSD = t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{GIKO \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

$$\left| \bar{x}_i - \bar{x}_j \right| > LSD \quad \text{ise grupların ortalamaları farklı}$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Fisher LSD (En küçük Anlamlı Fark) Testi İle Grup ortalamalarının Karşılaştırılması

$$LSD = t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{GIKO \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

$$t_{0.05, 48} =$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

t Tablosu							
Serbestlik Derecesi	Tek Yönlü						
	0,1	0,075	0,05	0,025	0,0125	0,005	0,0005
	İki Yönlü						
	0,2	0,15	0,1	0,05	0,025	0,01	0,001
1	3,078	4,165	6,314	12,706	25,452	63,657	636,619
2	1,886	2,282	2,920	4,303	6,205	9,925	31,599
3	1,638	1,924	2,353	3,182	4,177	5,841	12,924
4	1,533	1,778	2,132	2,776	3,495	4,604	8,610
5	1,476	1,699	2,015	2,571	3,163	4,032	6,869
...	...	...	...	...	...	...	...
11	1,363	1,548	1,796	2,201	2,593	3,106	4,437
12	1,356	1,538	1,782	2,179	2,560	3,055	4,318
13	1,350	1,530	1,771	2,160	2,533	3,012	4,221
14	1,345	1,523	1,761	2,145	2,510	2,977	4,140
15	1,341	1,517	1,753	2,131	2,490	2,947	4,073
16	1,337	1,512	1,746	2,120	2,473	2,921	4,015
...	...	...	...	...	...	...	...
23	1,319	1,489	1,714	2,069	2,398	2,807	3,768
24	1,318	1,487	1,711	2,064	2,391	2,797	3,745
25	1,316	1,485	1,708	2,060	2,385	2,787	3,725
26	1,315	1,483	1,706	2,056	2,379	2,779	3,707
27	1,314	1,482	1,703	2,052	2,373	2,771	3,690
...	...	...	...	...	...	...	...
45	1,301	1,465	1,679	2,014	2,319	2,690	3,520
46	1,300	1,464	1,679	2,013	2,317	2,687	3,515
47	1,300	1,463	1,678	2,012	2,315	2,685	3,510
48	1,299	1,463	1,677	2,011	2,314	2,682	3,505
49	1,299	1,462	1,677	2,010	2,312	2,680	3,500
50	1,299	1,462	1,676	2,009	2,311	2,678	3,496

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Fisher LSD (En küçük Anlamlı Fark) Testi İle Grup ortalamalarının Karşılaştırılması

$$LSD = t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{GIKO \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

$$t_{0.025, 48} = 2.011$$

$$GIKO =$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Varyans çözümlemesi Tablosu

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F
Genel	50	22274,894	—	
Gruplar Arası	2	6878,784	3439,392	10,723
Grup İçi	48	15396,111	320,752	

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Fisher LSD (En küçük Anlamlı Fark) Testi İle Grup ortalamalarının Karşılaştırılması

$$LSD = t_{\alpha/2, N-k} \sqrt{GIKO \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

$$t_{0.05, 48} = 2.011$$

$$GIKO = 320.752$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

H. Evre	N	A.Ortalama
H1	17	48.69
H2	17	34.47
H3	17	20.24

$$LSD = 2.011 \sqrt{320.752 \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{17} \right)} = 12.352$$

Karşılaştırma		Ortalamalar Arası Fark	Sonuç
H1	H2	14.22	Fark Var
H1	H3	28.45	Fark Var
H2	H3	14.23	Fark Var

“**Kruskall-Wallis**” Parametrik Olmayan Tek yönlü Varyans Çözümlemesi

Tek yönlü varyans çözümlemesinde

- Gruplar *Normal* dağılmadığında
- Değişkenin *Sürekli Sayısal* olmadığı yada *Sıralanabilir* olduğu durumda

kullanılır.

Test İşlemleri

- ✓ Tüm gruplar küçükten büyüğe doğru sıraya dizilir.
- ✓ Büyüklüklerine göre sıraya dizilmiş değerlere sıra no verilir.
- ✓ Sıra numarası verilirken tekrarlayan değerler varsa sıra numaralarının ortalaması alınır.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{N_j} - 3(N+1)$$

- ✓ İstatistiği hesaplanır.

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

H istatistiği,

grup sayısının 3'den büyük olması ya da

gruplardan birinin denek sayısının 5' den büyük olması halinde,

$\chi^2_{k-1,\alpha}$ ile karşılaştırılır.

$H > \chi^2_{k-1,\alpha}$ ise gruplar farklı tersi durumda gruplar arasında fark yoktur kararı verilir.

Grup sayısı 3 ve gruplardaki denek sayıları 5 ve daha az ise

H, KRUSKAL – WALLIS tablo değeri ile karşılaştırılır

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Kruskal – Wallis H Tablosu

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
3	2	1	4.286		
3	2	2	4.500	4.714	
3	3	1	4.571	5.143	
3	3	2	4.556	5.361	
3	3	3	4.622	5.600	7.200
4	2	1	4.500		
4	2	2	4.458	5.333	
4	3	1	4.056	5.208	
4	3	2	4.511	5.444	6.444
4	3	3	4.709	5.727	6.746
4	4	1	4.167	4.967	6.667
4	4	2	4.554	5.455	7.036
4	4	3	4.546	5.598	7.144
4	4	4	4.654	5.692	7.654
5	2	1	4.200	5.000	
5	2	2	4.373	5.160	6.533
5	3	1	4.018	4.960	
5	3	2	4.651	5.251	6.909
5	3	3	4.533	5.648	7.079
5	4	1	3.987	4.986	6.954
5	4	2	4.541	5.273	7.204
5	4	3	4.549	5.656	7.445
5	4	4	4.619	6.657	7.760
5	5	1	4.109	5.127	7.309
5	5	2	4.623	5.338	7.338
5	5	3	5.545	5.705	7.578
5	5	4	4.523	5.666	7.823
5	5	5	4.560	5.780	8.000

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Örnek

Histolojik Evre		
H1	H2	H3
20,33	17,49	10,59
30,57	21,38	12,68
32,96	23,74	13,84
51,55	23,74	15,96
52,86	24,7	15,96
57,55	27,16	17,09

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

H1	H1	H1	H1	H1	H1	H2	H2	H2	H2	H2	H2	H3	H3	H3	H3	H3
20,33	30,57	32,96	51,55	52,86	57,55	17,49	21,38	23,74	23,74	24,7	27,16	10,59	12,68	13,84	15,96	15,96
H3	H3	H3	H3	H3	H3	H2	H1	H2	H2	H2	H2	H2	H1	H1	H1	H1
10,59	12,68	13,84	15,96	15,96	17,09	17,49	20,33	21,38	23,74	23,74	24,7	27,16	30,57	32,96	51,55	52,86
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	2	3	4,5	4,5	6	7	8	9	10,5	10,5	12	13	14	15	16	17

$$R_{H1} = 88$$

$$R_{H2} = 62$$

$$R_{H3} = 21$$

$$H = \frac{12}{18(18+1)} \left[\frac{88^2 + 62^2 + 21^2}{6} \right] - 3(18+1) = 13.34$$

$$H = 13.34 > \chi_{2,0.05}^2 = 5.991$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Ki – Kare Tablosu

Ser. Der.	α		
	0,1	0,05	0,01
1	2,706	3,841	6,635
2	4,605	5,991	9,210
3	6,251	7,815	11,345
4	7,779	9,488	13,277
5	9,236	11,070	15,086
6	10,645	12,592	16,812
7	12,017	14,067	18,475
8	13,362	15,507	20,090
9	14,684	16,919	21,666
10	15,987	18,307	23,209
11	17,275	19,675	24,725
12	18,549	21,026	26,217
13	19,812	22,362	27,688
14	21,064	23,685	29,141
15	22,307	24,996	30,578
16	23,542	26,296	32,000
17	24,769	27,587	33,409
18	25,989	28,869	34,805
19	27,204	30,144	36,191
20	28,412	31,410	37,566


$$\chi^2_{2,0.05}$$

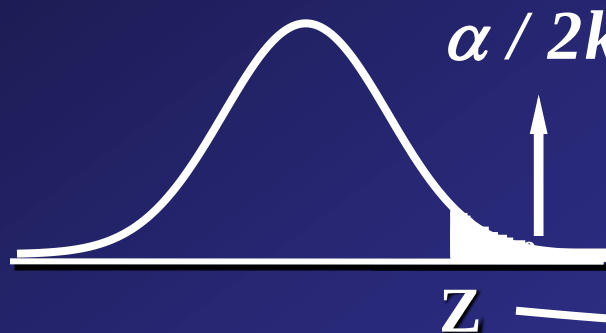
İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Kruskal – Wallis Çözümlemesinde Çoklu Karşılaştırmalar

Çözümleme sonucunda gruplar arası fark istatistiksel açıdan anlamlı bulunduğunda; gruplar ikişer ikişer çoklu karşılaştırma yöntemi ile karşılaştırılır.

Çoklu karşılaştırmalar gruplar arasındaki farklılığın nerden kaynaklandığının belirlenmesi açısından gereklidir.

Çoklu karşılaştırmalar için **kritik fark(KF)** değeri hesaplanır


$$KF = Z_{\alpha / 2k} \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Kruskal – Wallis Çözümlemesinde Çoklu Karşılaştırmalar

Hesaplanan KF değeri, i. ve j. grupların sıra numaraları ortalamaları arasındaki fark ile karşılaştırılır.

$$KF = 2.394 \sqrt{\frac{18(18+1)}{12} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right)} = 7.378$$

Grup	S. Ort
H1	14.67
H2	10.33
H3	3.50

Karşılaştırma	S. Ort. Farkı	Sonuç
H1 - H2	4.34	Fark Yok
H1 – H3	11.17	Fark Var
H2 – H3	6.83	Fark Yok

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

İkiden Çok Grubun Oranlarının Karşılaştırılması *İki Boyutlu Tablo Çözümlemesi*

İkiden çok gruba ilişkin oranların, $(p_1, p_2, \dots, p_k)$ karşılaştırılmasın-da iki boyutlu tablodan yararlanılır.

Grup	İlgilenilen Özellik		Diğer Özellik		Toplam
	Sayı	%	Sayı	%	
1	n_1	P_1	$N_1 - n_1$	$1 - P_1$	N_1
2	n_2	P_2	$N_2 - n_2$	$1 - P_2$	N_2
3	n_3	P_3	$N_3 - n_3$	$1 - P_3$	N_3
...	...	...	...	...	...
k	n_k	p_k	$N_k - n_k$	$1 - p_k$	N_k

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

İkiden Çok Grubun Oranlarının Karşılaştırılması *İki Boyutlu Tablo Çözümlemesi*

Örnek : Akut solunum yolu enfeksiyonlarında 0-5 yaş çocukların sağlık kuruluşuna götürülme oranları

Yaş	Sağlık Kuruluşuna				Toplam
	Götürülen		Götürülmeyen		
	Sayı	%	Sayı	%	
< 6 ay	21	46,6	24	53,4	45
6-11 ay	22	51,2	21	48,8	43
12-23 ay	30	32,2	63	67,8	93
24-35 ay	17	42,5	23	57,5	40
36-47 ay	15	36,5	26	63,5	41
48-59 ay	15	26,3	42	73,7	57
Toplam	120	37,6	199	62,4	319

İkiden Çok Grubun Oranlarının Karşılaştırılması *İki Boyutlu Tablo Çözümlemesi*

Akut solunum yolu enfeksiyonlarında çocukların sağlık kurumuna götürülme oranlarını karşılaştırmak üzere Ki-kare çözümlemesinden yararlanılır.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(G_i - B_i)^2}{B_i} \qquad \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(|G_i - B_i| - 0.5)^2}{B_i}$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

İkiden Çok Grubun Oranlarının Karşılaştırılması *İki Boyutlu Tablo Çözümlemesi*

Beklenen Sıklıkların Bulunması

Yaş	Sağlık Kuruluşuna				Toplam
	Götürülen		Götürülmeyen		
	G	B	G	B	
< 6 ay	21	16,93	24	28,07	45
6-11 ay	22	16,18	21	26,82	43
12-23 ay	30	34,98	63	58,02	93
24-35 ay	17	15,05	23	24,95	40
36-47 ay	15	15,42	26	25,58	41
48-59 ay	15	21,44	42	35,56	57
Toplam	120	120,00	199	199,00	319

$$16.93 = \frac{(120)(45)}{(319)}$$

$$\chi^2 = 7.804$$

$$\text{Ser. Der} = k - 1$$

$$\text{Ser. Der} = 6 - 1 = 5$$

İkiden Çok Grup Karşılaştırmaları

Ki – Kare Tablosu

Ser. Der.	α		
	0,1	0,05	0,01
1	2,706	3,841	6,635
2	4,605	5,991	9,210
3	6,251	7,815	11,345
4	7,779	9,488	13,277
5	9,236	11,070	15,086
6	10,645	12,592	16,812
7	12,017	14,067	18,475
8	13,362	15,507	20,090
9	14,684	16,919	21,666
10	15,987	18,307	23,209
11	17,275	19,675	24,725
12	18,549	21,026	26,217
13	19,812	22,362	27,688
14	21,064	23,685	29,141
15	22,307	24,996	30,578
16	23,542	26,296	32,000
17	24,769	27,587	33,409
18	25,989	28,869	34,805
19	27,204	30,144	36,191
20	28,412	31,410	37,566


$$\chi^2_{5,0.05}$$