

# ***Üslü Çokluklar***

***Yrd. Doç. Dr. Aslı AYKAÇ***

***Tıp Fakültesi***

***Biyofizik AD***

# Tanım

$$\underbrace{a.a.a.a.a.a.a.a\dots\dots}_{n \text{ tane}} = a^n$$

**$a^n$** : a ' nın n defa çarpımıdır.

**n**: üs (kuvvet)

**a**: taban

$$2^0 = 1$$

$$2 = 2^1 = 2$$

$$2.2 = 2^2 = 4$$

$$2.2.2 = 8$$

$$2.2.2.2 = 2^4 = 16$$

$$2.2.2.2.2 = 2^5 = 32$$

$$2.2.2.2.2.2 = 2^6 = 64$$

$$2.2.2.2.2.2.2 = 2^7 = 128$$

$$2.2.2.2.2.2.2.2 = 2^8 = 256$$

# Örnekler

$$5.5.5 = ?$$

$$10.10.10 = ?$$

$$3^3 = ?$$

$$(10001)^1 = ?$$

$$7^0 = ?$$

## ***Toplama ve Çıkarma***

Tabanları ve üsleri aynı olan iki üslü sayı toplanabilir veya çıkarılabilir.

$$3. a^n + 4. a^n = (3+4).a^n = 7. a^n$$

$$2. a^n - 6. a^n + 8. a^n = (2-6+8). a^n = 4. a^n$$

$$3. x^3 + 6. x^3 = (3+6). x^3 = 9.x^3$$

$$\begin{aligned} 2.x^3 + 4.y^3 + 3.x^3 + 5.y^3 &= (2+3).x^3 + (4+5).y^3 \\ &= 5.x^3 + 9.y^3 \end{aligned}$$

$$4.x^3 + 2.y^3 + 1.x^3 + 3.y^3 = ?$$

## ***Çarpma-1***

a) Tabanları aynı, üsleri farklı iki üslü çokluğun çarpımı, ortak taban üzerinde üsler toplamına eşittir.

$$\mathbf{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{(3+2)} = 2^5 = 32$$

$$3^1 \cdot 3^2 = 3^{(1+2)} = 3^3 = 27$$

## Çarpma-2

b) Tabanları farklı üsleri aynı iki üslü çokluğun çarpımı için tabanlar çarpılır, ortak üs olarak yazılır.

$$\mathbf{b^m \cdot a^m = (b \cdot a)^m}$$

$$3^2 \cdot 2^2 = (3 \cdot 2)^2 = 6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

$$2^7 \cdot 5^7 = (2 \cdot 5)^7 = 10^7$$



$$a^{3x+5} \cdot a^{2x+1} = a^{(3x+5+2x+1)} = a^{5x+6}$$

$$a^{2x+5} \cdot b^{x+1} \cdot a^2 \cdot b^3 = ?$$

## ***Bölme-1***

a) Tabanları aynı iki üslü çokluğun bölümü için ortak taban üzerinde payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$$

$$\frac{a^7}{a^3} = a^{(7-3)} = a^4$$

## ***Bölme-2***

b) Tabanları farklı üsleri aynı iki üslü çokluğun bölümünde önce tabanlar bölünür, ortak üs bölüme üs olarak yazılır.

$$\frac{a^m}{b^m} = (a/b)^m$$

$$\frac{12^4}{6^4} = (12/6)^4 = 2^4 = 16$$

$$(10/5)^{20} = ?$$

$$a^{3x+1} / a^{2x+1} = ?$$

$$\frac{2^7 + 2^7 + 2^7 + 2^7}{2^6 + 2^6} = ?$$

## *Kuvvetin kuvveti*

Aynı taban üzerinde kuvvetlerin çarpımına eşittir.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = a^{mn}$$

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$$

$$\frac{(32)^3}{(64)^2} = \frac{(2^5)^3}{(2^6)^2} = \frac{2^{15}}{2^{12}} = 2^{(15-12)} = 2^3 = 8$$

$$2^6 + 4^3 + 8^2 + 64 = ?$$

$$= 2^6 + (2 \cdot 2)^3 + (2 \cdot 2 \cdot 2)^2 + (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$$

$$= 2^6 + (2^2)^3 + (2^3)^2 + 2^6$$

$$= 2^6 + (2)^{2 \cdot 3} + (2)^{3 \cdot 2} + 2^6$$

$$= 2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6$$

$$= 4 \cdot 2^6$$

$$= (2 \cdot 2) \cdot 2^6$$

$$= 2^2 \cdot 2^6$$

$$= 2^{2+6}$$

$$= 2^8$$

$$(27)^4 + (32)^3 = 6^n \cdot x$$

$$(27)^4 + (32)^3 = 6^n \cdot X$$

$$(3^3)^4 + (2^5)^3 = 6^n \cdot X$$

$$(3)^{3 \cdot 4} + (2)^{5 \cdot 3} = 6^n \cdot X$$

$$(3)^{12} + (2)^{15} = 6^n \cdot X$$

$$3^{12} + 2^{15} = (2 \cdot 3)^n \cdot X$$

$$3^{12} + (2^{12} \cdot 2^3) = (2 \cdot 3)^n \cdot X$$

$$(3 \cdot 2)^{12} \cdot 2^3 = (2 \cdot 3)^n \cdot X$$

$$n=12 \quad X=2^3=8$$

# Örnekler

$16^{12}$  sayısının  $1/8$  ' i kaçtır ?

$$4^{23} + 2^{44} = ?$$

$$3^{20} + 3^{20} + 3^{20} = ?$$

$$2^{20} + 2^{21} + 2^{22} = ?$$

$$7 \cdot 3^n + 2 \cdot 3^n = 81^6 \text{ ise } n \text{ kaçtır?}$$



# ***Köklü Çokluklar***

## **Tanım**

$x^n = a$  ise  $x$  sayısına,  $a$  sayısının  $n$ . kuvvetten kökü ve  $x$  sayısını bulmak için yapılan işleme *kök alma işlemi* denir.

$${}^n\sqrt{a} = x$$

$$x^n = a \Leftrightarrow x {}^n\sqrt{a}$$

$\sqrt[3]{a}$  “küp kök a”

## Örnekler

$$3^4 = 81 \Leftrightarrow 3 = \sqrt[4]{81}$$

$$\sqrt{5} = 5$$

$$\sqrt[5]{3^2} = 3^{\frac{2}{5}}$$

$$\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$$

$$\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{7} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[5]{32} = ?$$

$$= \sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{7} + \sqrt[3]{3^3} - \sqrt[5]{2^5}$$

$$= 2 + 7 + 3 - 2$$

$$= 10$$

$$\sqrt[15]{2^{10}} = ?$$

$$\sqrt[15]{2^{10}} = 2^{\frac{10}{15}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

## **Çarpma-1**

a) Kök dereceleri eşit ise aynı kök içinde çarpma işlemi yapılır.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{2 \cdot 8} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\sqrt[5]{2^{10} \cdot 3^5 \cdot 7^2} = ?$$

$$= \sqrt[5]{2^{10}} \cdot \sqrt[5]{3^5} \cdot \sqrt[5]{7^2}$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[5]{7^2}$$

$$= 12 \sqrt[5]{7^2}$$

$$= 12 \sqrt[5]{49}$$

## Çarpma-2

a) Kök dereceleri eşit değilse kök dereceleri eşitlenir. Bunun için kök derecesi kaç ile genişletilirse kök içindeki sayının üssü de o sayı ile genişletilir.

$$\begin{aligned}\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} &= \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^2} \\ &= \sqrt[6]{2^5} = 2^{\frac{5}{6}}\end{aligned}$$



$$5\sqrt{2} = ?$$

$$\sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{50}$$

$$\sqrt{75} = ?$$

$$\sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$$

## ***Toplama Çıkarma***

köklü çoklukların kök dereceleri birbirine eşit ise aynı zamanda kök içindeki sayılar da birbirine eşit ise toplanabilirler ya da çıkarılabilirler.

$$\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27} = ?$$

$$= \sqrt{25 \cdot 3} - 2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3}$$

$$= 5\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

$$= (5 - 4 + 3) \cdot \sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}$$

## Örnekler

$$2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} = ?$$

$$\sqrt{6^2 + 8^2} - 3\sqrt{50} + 5\sqrt{18} = ?$$

$$2\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{54} = ?$$