OLASILIK ve KURAMSAL DAĞILIMLAR

Kuramsal Dağılımlar

- ✓İstatistiksel çözümlemelerde; değişkenlerimizin dağılma özellikleri, çözümleme yönteminin seçimi ve sonuçlarının yorumlanmasında önemlidir.
- ✓Dağılma özelliklerine KURAMSAL DAĞILIM adı verilir.
- ✓İstatistiksel çözümlemeler belirli bir kuramsal dağılıma dayandırıldığından çözümlemede kullandığımız değişken(ler)in bu kuramsal dağılıma uyması gerekir.
- ✓Kuramsal dağılımlar aynı zamanda bir olasılık dağılımıdır.

Kuramsal Dağılımlar

✓Herhangi kuramsal dağılım , $y = f(x)$ biçiminde tanımlanan matematiksel bir fonksiyondur

✓y, x değerlerinin ortaya çıkma sıklığını gösterir.

✓f(x), yoğunluk fonksiyonu olarak da adlandırılır.

f(x), x değişkeninin sürekli olması durumunda aşağıdaki özellikleri taşır.

$$0 \leq f(x) \leq 1 \qquad -\infty \leq x \leq \infty \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

f(x), x değişkeninin kesikli olması durumunda aşağıdaki özellikleri taşır.

$$0 \leq f(x) \leq 1 \qquad a \leq x \leq b \qquad \sum_{a}^{b} f(x) = 1$$

Normal (Gauss) Dağılım

✓İstatistik çözümlemelerde en çok yararlanılan kuramsal dağılımdır

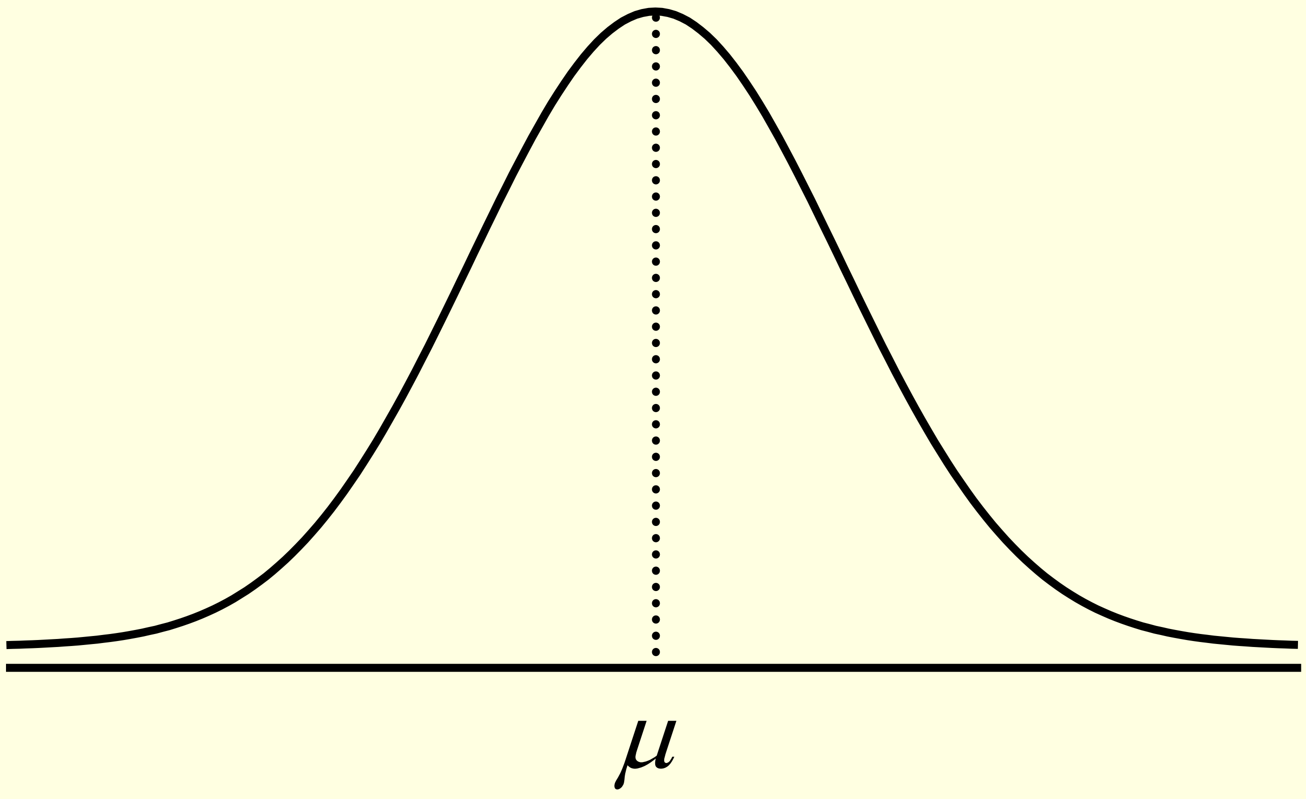
✓μ, kitle ortalamasını ve σ^2 kitle varyansını göstermek üzere dağılım (yoğunluk) fonksiyonu,

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$-\infty \leq x_i \leq \infty$$

Normal (Gauss) Dağılım

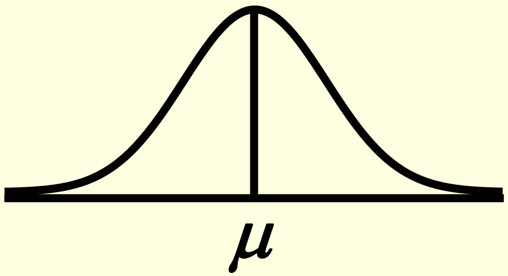
Dağılım grafiği aşağıdaki gibidir.



Normal (Gauss) Dağılım

✓Dağılım ortalamaya göre simetriktir.

✓Alanın % 50’si ortalamadan geçen dikey çizginin sağına, % 50’si soluna düşer.

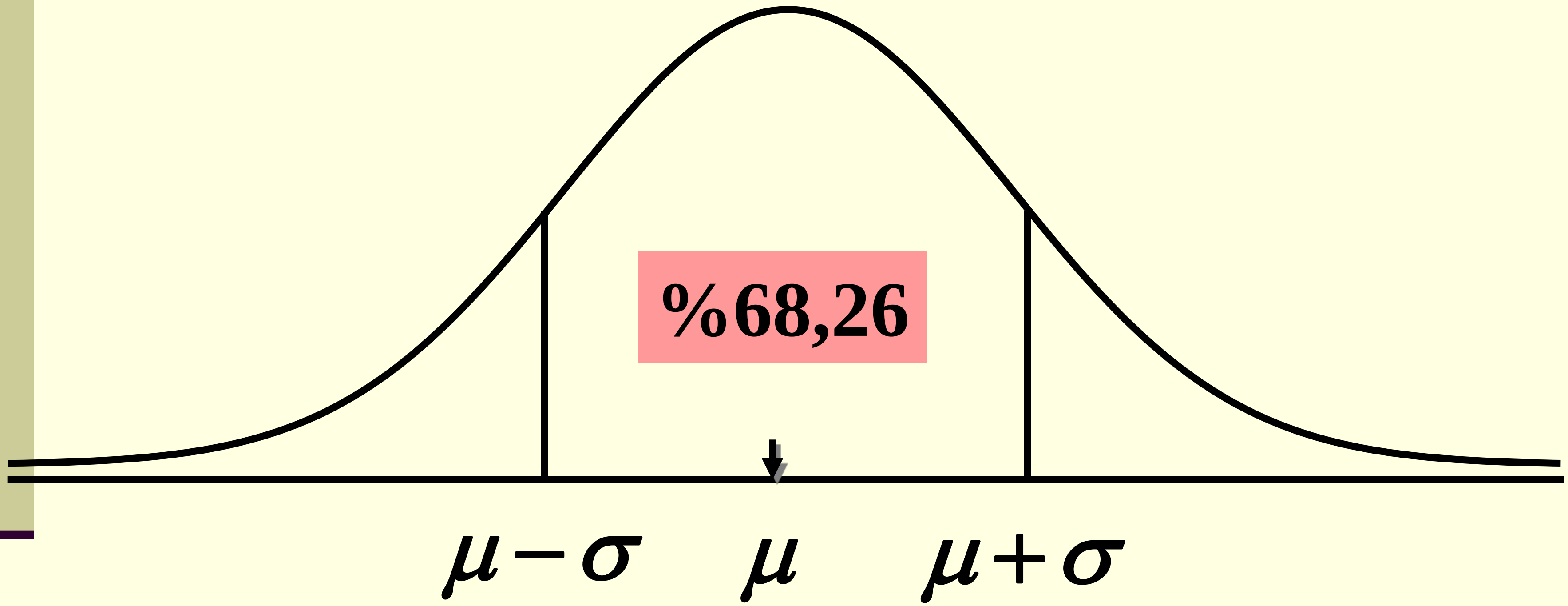


✓Eğri altında kalan toplam alan bir birim karedir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

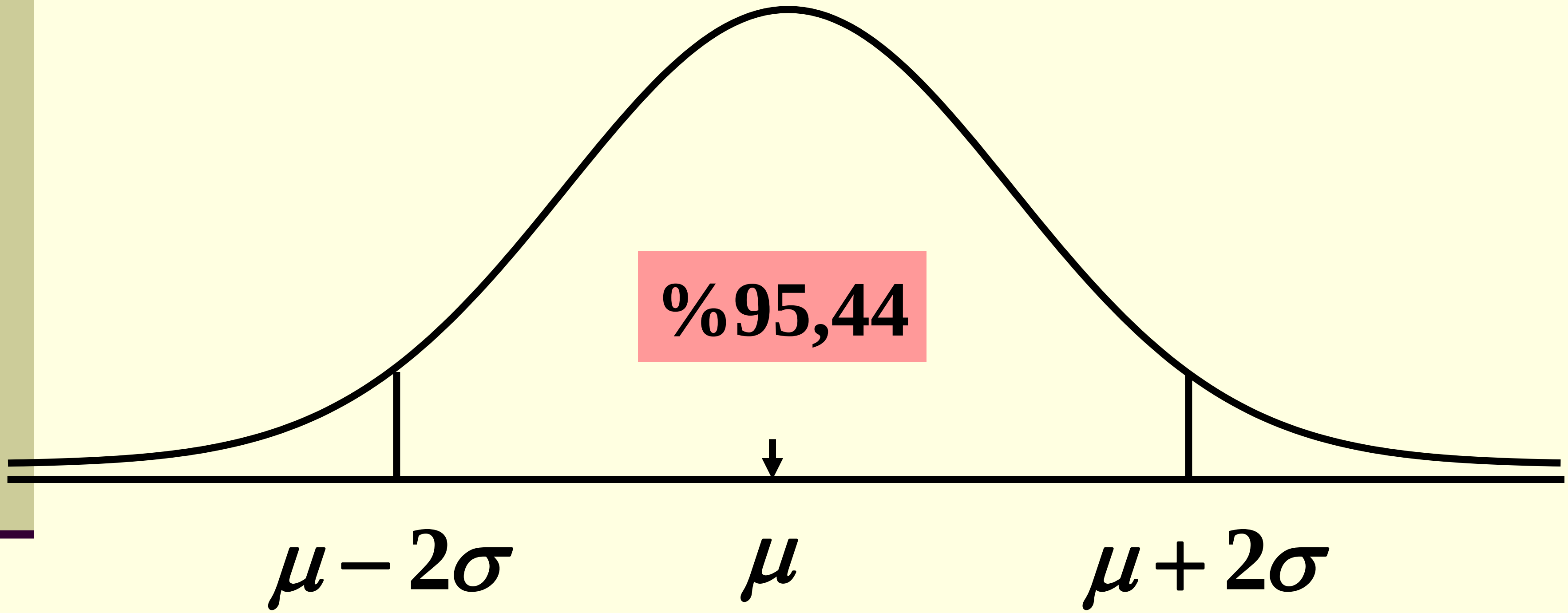
✓Aritmetik ortalama, ortanca ve tepe değeri birbirine eşittir.

Normal (Gauss) Dağılım



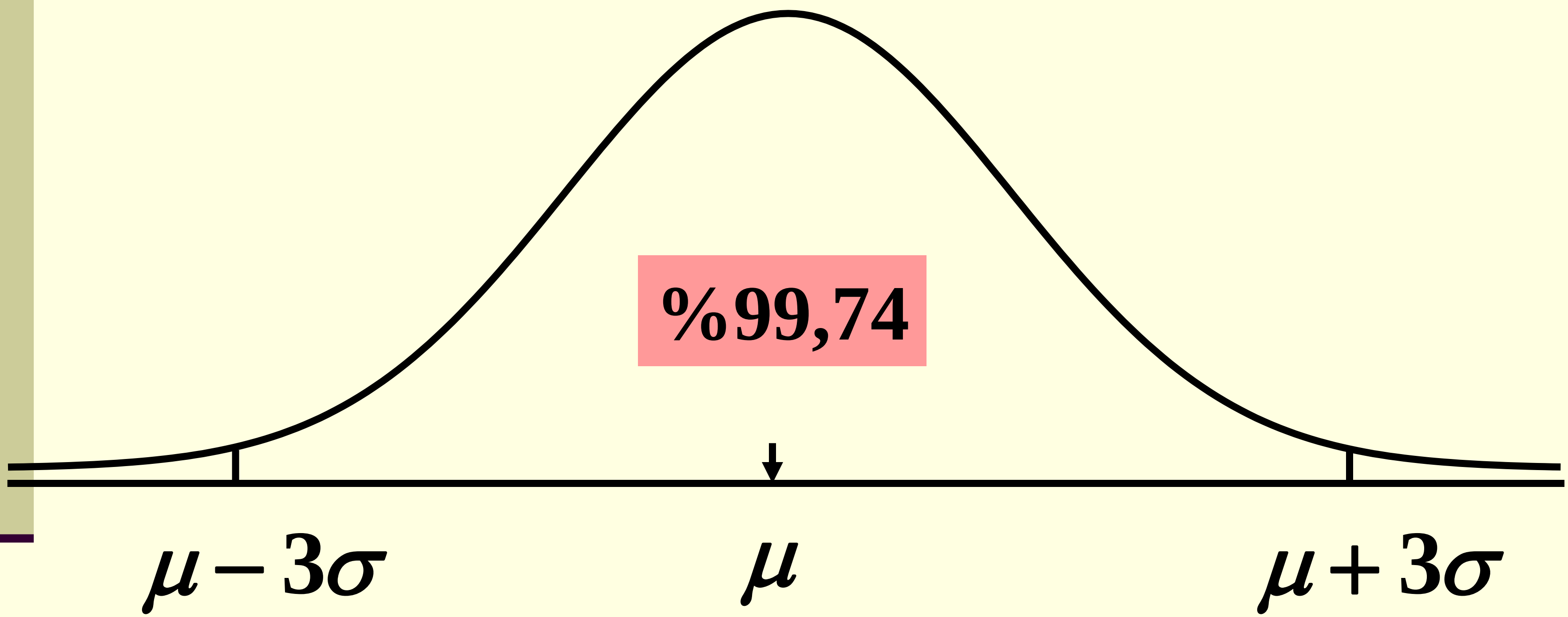
$$P(\mu-\sigma \leq x \leq \mu+\sigma) = 0.6826$$

Normal (Gauss) Dağılım



$$P(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$$

Normal (Gauss) Dağılım



$$P(\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$$

Standart Normal (Gauss) Dağılım

✓Standart normal dağılım normal dağılımın özel bir biçimidir. Normal dağılıma dayalı hesaplamalarda kullanıcılara kolaylık sağlar.

✓$\mu=0$ ve $\sigma=1$ dir.

✓Yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$P(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

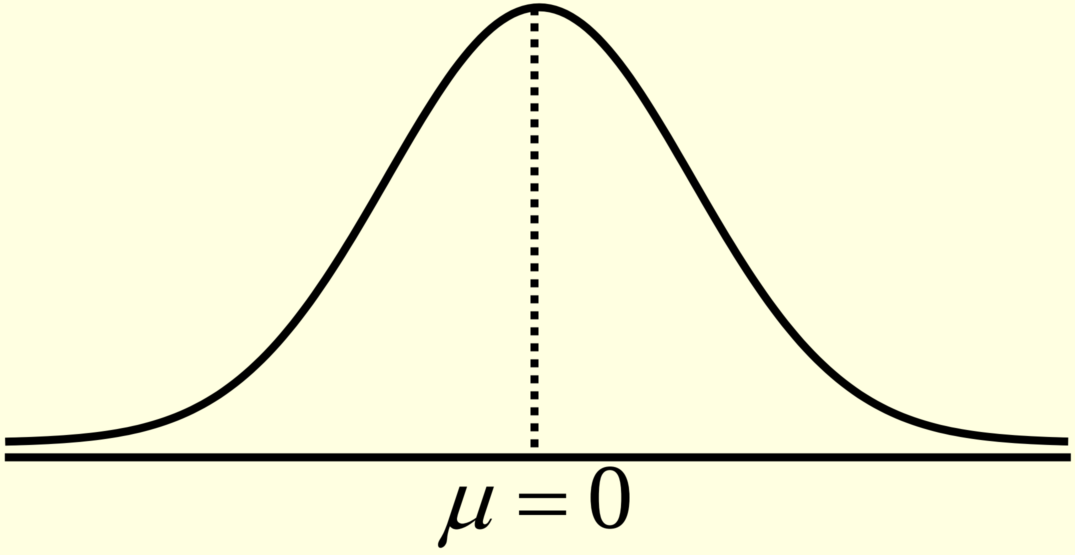
Standart Normal (Gauss) Dağılım

Eğer bir x değişkeninin *normal* dağıldığı biliniyorsa

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

eşitliği ile elde edilen z değerleri ortalaması 0 ve varyansı 1 olan standart normal dağılıma uyar.

Dağılımın grafiği aşağıdadır.



Bu özellik ortalama ve standart sapmanın değerine bağlı değildir.

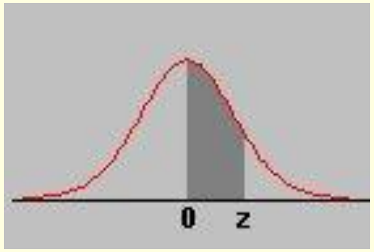
Ortalama ve standart sapma ne olursa olsun x değişkeninin normal dağılması bu özelliğin geçerliği için yeterlidir.

Çeşitli z değerleri için 0 ile z arasında kalan alanı gösteren z tablosu geliştirilmiştir. Bu tablodan yararlanarak normal dağılıma dayalı hesaplamalar yapılabilir.

Standart Normal Dağılım Tablosu

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

0 ve Z Arasında Kalan Alan



Binom Dağılımı

İki sonuçlu olaylar için geçerli bir kuramsal dağılımdır.

Olayın her tekrarında ilgilenilen sonucun ortaya çıkma olasılığı değişmez,

Olayın her tekrarının birbirinden bağımsız

olma koşulu ile 2 sonuçlu bir olayın n kez tekrarında

ilgilenilen sonucun ortaya çıkma sayısı, x,

Binom dağılımı gösterir.

Binom Dağılımı

Olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$P(x) = {}_nC_x \, p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0,1,\ldots n$$

X : ilgilenilen sonucun ortaya çıkma sayısı

P : İlgilenilen sonucun ortaya çıkma olasılığı

n: toplam olay sayısı

$${}_nC_x = \frac{n!}{x!(n-x)!} \qquad \left[n! = (1)(2)(3)\ldots\ldots(n) \right]$$

Poisson Dağılımı

x=0,1,.... biçiminde kesikli sayısal bir değişken olmak üzere belirlenmiş bir zaman aralığında; *x*'in ortaya çıkma sayısı *poisson dağılımı* gösterir.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \quad x = 0,1,...$$

x : İlgilenilen sonucun ortaya çıkma sayısı
e : Doğal logaritma tabanı
λ : Dağılımın ortalaması

Poisson dağılımında,

✓Belirlenmiş aralıkta ilgilenilen sonucun ortaya çıkması birbirinden bağımsızdır.

✓Kuramsal olarak ilgilenilen sonucun ortaya çıkma sayısı sonsuzdur.

✓Belirlenmiş aralıkta ilgilenilen sonucun ortaya çıkması aralık genişliği ile orantılıdır.